

Università degli Studi di Roma Tre  
Corso di Laurea in Ingegneria – a.a. 2014/2015  
Probabilità e statistica - Tutorato 3  
Mario Tani

- (1) Sia  $X$  v.a. con distribuzione data da:

$$F(a) = \begin{cases} 0 & a < -2 \\ \frac{2}{8} & -2 \leq a < 0 \\ \frac{3}{8} & 0 \leq a < 1 \\ 1 & a \geq 1 \end{cases}$$

Determinare la densità discreta di  $X$ ,  $E[X]$ ,  $E[3X + 1]$ ,  $E[3X^2 + 1]$ ,  $Var(X)$ .

- (2) Se  $E[X] = 1$ ,  $Var(X) = 5$ , trovare:

- (a)  $E[(2 + X^2)]$ ;  
(b)  $Var(4 + 3X)$ .

- (3) In un barattolo ci sono due monete. Quando una di queste viene lanciata, dà testa con probabilità pari a 0.6, mentre l'altra dà testa con probabilità pari a 0.3. Viene scelta a caso una delle due monete, quindi viene lanciata. Prima della scelta della moneta, potete scommettere da 1 a 10 euro e se viene testa vincete quanto avete scommesso, mentre lo perdete se esce croce. Supponiamo che qualcuno vi voglia vendere l'informazione riguardo quale moneta è stata scelta, al prezzo di  $C$ . Qual è il vostro guadagno atteso se comprate l'informazione? Per quale valore di  $C$  conviene comprare l'informazione?

- (4) Quando tre amici vanno a prendere il caffè assieme, decidono chi paga lanciando una moneta equa ognuno e facendo pagare chi ottiene una faccia differente dagli altri due. Se tutti e tre ottengono la stessa faccia fanno un secondo lancio e così via fino alla prima volta che non tutte le monete saranno uguali. Qual è la probabilità che:

- vengano lanciate le monete esattamente 3 volte;
- siano necessari più di 4 lanci;

Supponiamo che la moneta di A dia testa con probabilità  $\frac{1}{2}$ , quella di B con probabilità  $\frac{1}{3}$  e quella di C con probabilità  $\frac{1}{4}$ . Qual è la probabilità che sia A a pagare il conto?

- (5) Un dado equo è lanciato 5 volte. Quante volte in media uscirà il numero 3? Qual è la probabilità che esca 2 volte 2 e 3 volte 3?
- (6) La più semplice delle variabili continue è quella la cui distribuzione è costante nell'intervallo  $(a, b)$  e zero altrove. Questa è la distribuzione uniforme.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Trovare media e varianza di questa distribuzione.

- (7) Per l'esperienza maturata, un professore sa che il punteggio (in centesimi) del test di uno studente che sostenga l'esame finale del suo corso si distribuisce come una variabile aleatoria di media 75.

- (a) Si dia un limite superiore alla probabilità che il punteggio del test dello studente sia superiore a 85.
- (b) Si supponga che il professore sappia che la varianza del risultato del test sia uguale a 25. Cosa possiamo dire circa la probabilità che il risultato sia compreso tra 65 e 85?

- (8) Trovare una variabile aleatoria tale che:

(a)  $E[X] = 0, Var[X] = 4$ .

(b)  $E[X] = 4, Var[X] = 0$ .

(9) Verificare che tali funzioni siano densità di probabilità e calcolarne la media:

(a)  $f(x) = 2x, 0 < x < 1$ .

(b)  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, 0 < x < 1$ .

(c)  $f(x) = 6x(1-x), 0 < x < 1$ .

(d)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}, 0 < x < \infty$ .

(e)  $f(x) = \frac{1}{x^2}, 1 < x < \infty$ .

(f)  $f(x) = 1 - |1-x|, 0 < x \leq 2$ .

(10) Data la densità della variabile aleatoria  $X$ :

$$f(x) = \frac{c}{x^4} \quad x \geq 1$$

determinare  $E(X)$ .

(11) La densità congiunta di  $X$  e  $Y$  è data da:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{5} + Cy & 0 < x < 1 \quad 1 < y < 5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Trovare il valore di  $C$ .
- Si determini  $\mathbb{P}(X + Y > 3)$ .